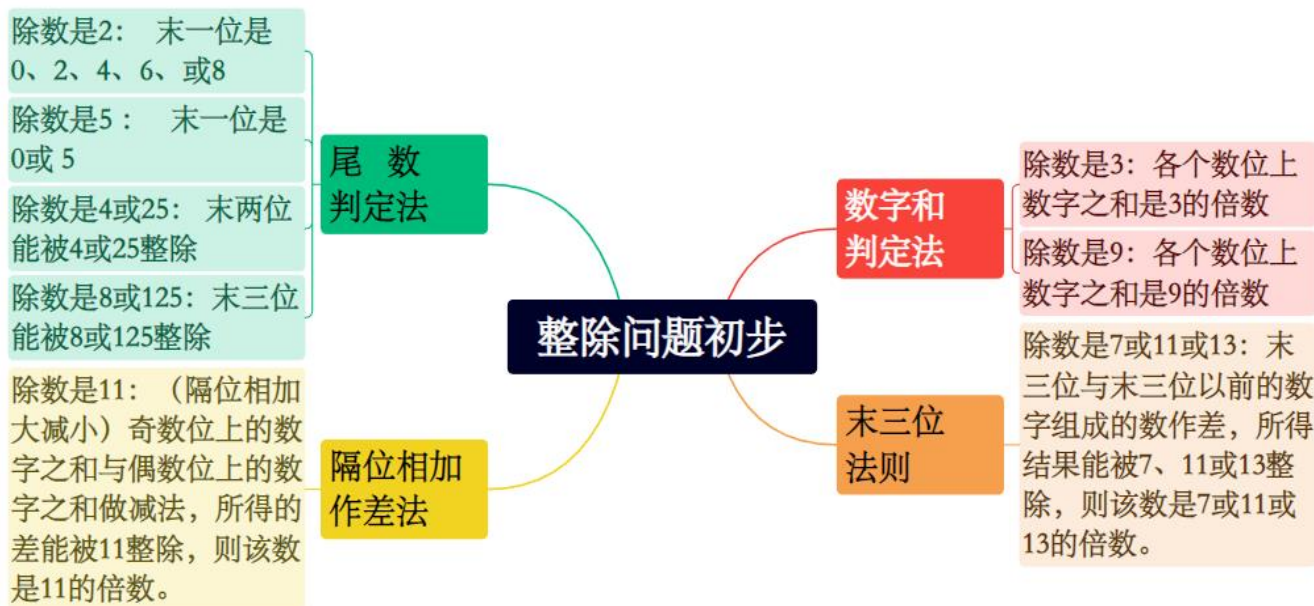


第4讲 整除问题初步

班级：

姓名：

自学探究



若整数 a 除以整数 $b(b \neq 0)$ 的商为整数,且没余数(或说余数为零),则称作“数 a 能被 数 b 整除”或“数 b 能整除数 a ”,记作“ $b|a$ ”,这里 a 是 b 的倍数, b 就是 a 的因数或约数。整除的性质如下:

性质 1: $c|a, c|b$, 那么 $c|(a+b)$

性质 2: $bc|a$, 那么 $b|a, c|a$

性质 3: $b|a, c|a$, (b 和 c 互质), 那么 $bc|a$

性质 4: $c|b, b|a$, 那么 $c|a$

共学巧思

一、尾数判定法

例题 1 下面 6 个自然数:152、650、434、4375、9064、24125 中,

(1) 哪些能被 2 整除?哪些能被 5 整除?

(2) 哪些能被 4 整除?哪些能被 25 整除?

(3) 哪些能被 8 整除?哪些能被 125 整除?

(4) 这些数除以 4 的余数分别是多少?

练习 1: 修改 545679 中的一个数字, 使这个六位数能被 8 整除, 修改后的六位数是多少?

练习 2: 修改 5679 中的一个数字, 使这个四位数能被 25 整除, 修改后的四位数是多少?

练习 3: 四位数 $\overline{7a2a}$ 能被 5 整除, 那么 a 可以代表哪个数字?

例题 2 要使 $\overline{12F45G}$ 能被 8 整除, 那么这个六位数最小是多少?

练习: 要使 $\overline{2abc2}$ 能被 8 整除, 那么这个五位数最小是多少? 最大又是多少?

二、数字和判定法

例题 3 有如下 9 个三位数: 452, 387, 228, 975, 525, 882, 715, 775, 837, 哪些能被 3 整除? 哪些能被 9 整除?

练习 1: 这些自然数中, 5762 3105 7953 2945 9631 328

(1) 哪些能被 3 整除? 不能被 3 整除的余数分别是多少?

(2) 哪些能被 9 整除? 不能被 9 整除的余数分别是多少?

练习 2: 一个三位数是 9 的倍数, 而且在 300 到 400 之间, 它的首位与个位数字和为 10, 那么这个数是 ()。

例题 4: (1) 四位数 $\overline{3AA1}$ 能被 3 整除, 求 A

(2) 五位数 $\overline{42A42}$ 能被 9 整除, 求 A。

例题 5: 一个四位数的每个数字都是奇数且各不相同，并且这个四位数是它每个数字的倍数；求这个四位数的最小值。

例题 6 在下面每个□里填上一个数字，使它符合所提要求。

- (1) $\overline{28\square}$ 、 $\overline{3\square 2}$ ，既能被 2 整除，又能被 3 整除。
- (2) $\overline{22\square}$ 、 $\overline{5\square 2\square}$ ，既能被 3 整除，又能被 5 整除。
- (3) $\overline{4\square\square}$ 、 $\overline{\square 89\square}$ ，能同时被 2、3、5 整除。

练习 1: 若四位数 $\overline{9a8a}$ 能被 3 和 5 同时整除，那么 a 代表的数字是？

练习 2: 已知 $45 \mid \overline{a1993b}$ 。求所有满足条件的六位数 $\overline{a1993b}$ ？

三、隔位相加作差法

例题 7 已知整数 $\overline{1a2a3a4a5a}$ 能被 11 整除，求所有满足这个条件的整数。

例题 8 $\overline{173\square}$ 是个四位数，张老师说：“我在这个 $\square$ 中先后填入 3 个数字，所得到的 3 个四位数，依次可被 9，11，6 整除。”问：张老师先后填入的 3 个数字的和是多少？

四、末三位法则

例题 9 奇思写了一个两位数 59，妙想写了一个两位数 89，淘气也写了一个一位数，想放在 59 和 89 之间，这样就拼成一个五位数 $\overline{59\square 89}$ ，使得这个五位数能被 7 整除，那么淘气写的数应该是几？

例题 10 求能被 26 整除的六位数 $\overline{a1991b}$?

练习 1: 一个六位数 $\overline{23\square56\square}$ 是 88 的倍数, 这个数除以 88 所得的商是多少?

练习 2: 有一个六位数 $\overline{87a32b}$ (a、b 允许相同):

- (1) 如果它能同时被 5 和 11 整除, 这个六位数可能是什么?
- (2) 如果它能被 56 整除, 这个六位数可能是什么?

拓展提升

1. 若 $\overline{K45K7}$ 是能被 3 整除的五位数, 则 K 的可能取值有_____个, 这样的五位数能被 9 整除的数是_____。

2. 如果形如 $\overline{5WW4}$ 的四位数能被 9 整除，那么这样的四位数有（ ）个。
3. 有一个首位数字是 8 的六位数，它被 9 整除，并且各个数位上的数字都不相等，这样的六位数最小是多少？
4. 一个六位数 $\overline{2\square\square727}$ 被 3 除余 1，被 9 除余 4，这个数最小是（ ）
5. 利用数字 0, 1, 2, 3, 4, 8, 9（数字可以重复）构造一个六位数，满足要求：前 k 位能被 k 整除（1, 2, ..., 6）。这样的六位数最小是_____，最大是_____。
6. 在六位数 $\overline{3\square2\square1\square}$ 的三个方框里分别填入数字，使得该数既能被 3 整除，又能被 5 整除，这样的六位数中最小的是()。